

AIを使って数学の平面図形の新定理を見つけよう 勝山高校 2年4組 小柳 俊太郎

背景

AIに注目が集まる中でどのように使うと効果的なのか、AIがどのくらい推論力や論理的思考が可能なのかといったAIの能力について興味があり、自分自身の探究である新しい定理の発見にAIを利用しようと思った。

アプローチ

1. AIに数学の平面図形についての定理の仮説を立ててもらう
2. その仮説が正しいのか検証する

仮説1: (chat-gpt)

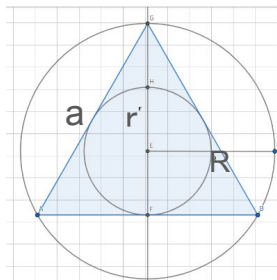
ある平面図形の内接円(r)と外接円(R)の半径の和は図形の周の長さ($3a$)に等しい

結果:

成り立たない。

問題点:

「ある」平面図形という言葉は様々な平面図形の中で一つでもあれば良いので証明をするときに存在しないことを証明するのが大変である。



仮説2: (chat-gpt)

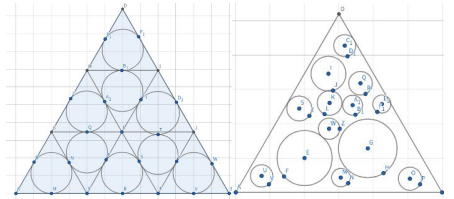
正三角形の内部に描かれたすべての円の半径の和は正三角形の辺の長さ
に等しい

問題点:

円の書き方に指定がないことや円の数に指定がないため仮説が一つに定まらないこと。



2つの図どちらでも捉えることができる。



仮説3: (Gemini)

定義:

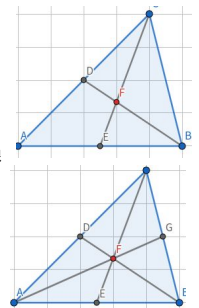
任意の三角形ABCにおいて、各頂点から対辺へと引いた中線のうち、最も長い中線と最も短い中線の交点を「**バランス点**」(点F)と呼ぶ。*右図

主張:

任意の三角形において、その重心とバランス点を結ぶ直線は、残りの1本の中線に平行である。

問題点:

バランス点と重心(各頂点から対辺に延ばした中線)は同じ点であるためこの定理は成り立たない。*右図



仮説4: (Gemini)

定義:

三角形ABCの内心をとし、内接円と辺BC, CA, ABとの接点をそれぞれD, E, Fとする。

点Dを通る内接円の接線と辺AB, ACの延長との交点をそれぞれP, Qとする。

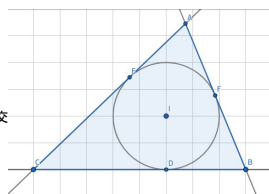
同様に、点E, Fを通る内接円の接線と三角形の辺の延長との交点から、三角形RBS, 三角形TUCを作る。
(ただし、点P, Q, R, S, T, Uは全て三角形ABCの外部にあるとする)

主張:

$\triangle PQR$, $\triangle RST$, $\triangle TUP$ の面積は等しい。

問題点:

定義にあるP,Q,S,T,Uが点A,B,Cと一致するため $\triangle PQR$, $\triangle RST$, $\triangle TUP$ が描けない。



考察

- chat-gptの仮説では曖昧な部分が多いことがわかった。
- できるだけ正しいものを提供するためだと考えられる。
- AIを変えたことで、AIの主張がより明確になりchatgptにおける問題点は解決した。
- AIを変えたことで定理と言えるようなものではないが、成立する仮説をAIから得ることができた。
- chat-gptとgeminiで回答にここまで差が生まれる原因を探っていきたい。

仮説5: (Gemini)

定義:

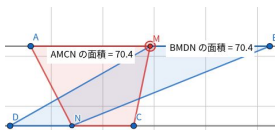
2本の平行線 l , m 上にそれぞれ2点A, Bと2点C, Dを任意に取る。

線分AD, BCの中点をそれぞれM, Nとする。

主張:

四角形AMCNと四角形BMDNの面積は常に等しい。

結果: 成り立つ。



考察:

- 平行線と線分の面積に関する問題では、等積変形を用いることが多い。この仮説は、一見異なる形に見える四角形が、平行線と中点という要素によって等しい面積を持つことを示しており、新たな等積変形の可能性を示唆している。

まとめ

この課題を通して、AIによる問題解決には、AIの特性の理解と適切な活用が不可欠であることを実感した。今後は、AIへの指示の改善や、複数のAIの連携など、更なる技術の活用と探究を通じて、定理発見に挑戦しようと思う。同時に、AIの特性と限界を理解することで、より効果的な活用方法を探っていきたい。