

ペントミノを組み合わせた5×5の数独を自動生成

東京学芸大学附属高等学校 2年 堀 存

(1) 研究の背景

数独は9x9のマスを9つの3x3の正方形のブロックに分け、ブロック内に重複する数字が入らないようにラテン方陣を完成するパズルである。5x5の数独を考える場合、5x5のマスは5つの正方形のブロックに分けることはできない。本研究では、5つのペントミノを組み合わせて盤面を生成し、盤面に当てはまるラテン方陣を抽出し、ヒントとなるマスを選択することで、5x5の数独を生成した。

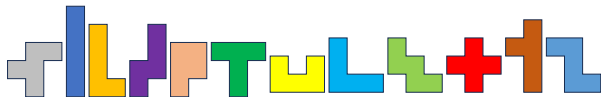


図1 12種類のペントミノ

(2) 5×5の数独

5x5の数独は、5つのブロックに分けた5x5のマスそれぞれに1から5までの数字を配置するパズルである。ただし、同じ列、同じ行、および同じブロックに同じ数字を重複して配置してはいけない。

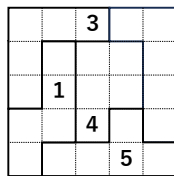


図2 5x5の数独

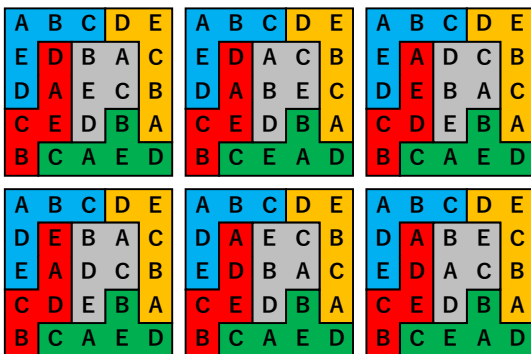


図4 ある盤面に当てはまる解答候補
各ブロックにはABCDEの5種類の文字が入っている。ABCDEには1~5の数字が入るから6x120通りの解答候補がある。720通りの中からパズルの答えにするラテン方陣をひとつ選ぶ。

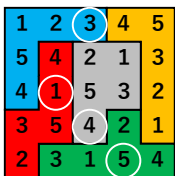


図5 ヒント選択
25マスから4マス選択する組み合わせ(${}_{25}C_4$)の全てについてヒントとして採用できるか判定する。例えば、上記の例の場合、他の解答候補から同じヒントマスの数字を取り出して、3,1,4,5となるものがなければヒントとして採用できる。全ての組み合わせを判定した後、ヒントとして採用できるものの中からヒントを選択する。

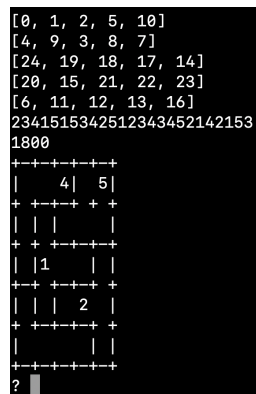


図6 実行結果
5つの配列は各ブロックのマスを表す。25桁の数字は答えのラテン方陣である。1800は解答候補のラテン方陣数を表す。

(3) 提案手法

i. 盤面の生成

5つのペントミノを組み合わせて正方形となるものをパズルの盤面として採用する。

本研究では、四隅に配置できるペントミノを洗い出した(図3)。四隅にペントミノを配置し、残った5つのマスがペントミノとなる組み合わせを全探索した。回転対称となる組み合わせを排除すると全部で542通りの盤面を生成できた。この中からパズルにする盤面をランダムでひとつ選択する。

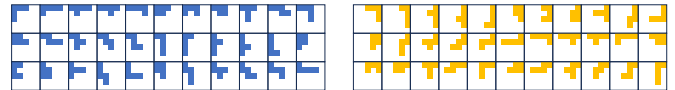


図3 四隅に配置できるペントミノ
各ペントミノに0~32の番号を付ける。同じ番号のペントミノは回転対称である。四隅の組み合わせを番号の組で管理する。例えば(0,1,2,12)は左上、右上、右下、左下の0番,1番,2番,12番のペントミノを組み合わせた盤面である。(1,2,12,0), (2,12,0,1), (12,0,1,2)は(0,1,2,12)の回転対称となる盤面である。

ii. 答えの選択

5x5のラテン方陣の中からパズルの答えにするラテン方陣をひとつ選択する。

5x5のラテン方陣の総数は約16万通りである。全てのラテン方陣の中から盤面に当てはまる解答候補を抽出した(図4)。盤面に当てはまるのは、5つのブロックの全てが重複する数字を含まないことである。解答候補の中からパズルの答えにするラテン方陣をランダムでひとつ選択する。

iii. ヒントの選択

答えの中からヒントとして表示するマスを選択する。このときヒントで答えのラテン方陣がひとつに定まるように4つのヒントマスを選択する。

iiで得た全ての解答候補からヒントマスの数字を抽出する(図5)。答えのヒントマスの数字と同じものがなければ、そのヒントで答えのラテン方陣がひとつに定まる。

iv. 表示

盤面とヒントを表示する(図6)。

(4) 結果と展望

出力されたパズルは解くことができた。解答候補のない盤面が16個存在した。4つのヒントでは答えのラテン方陣がひとつに定まらない盤面が3つ存在した。

今回は出力されたパズルを紙に書き写してパズルを解いたので、今後はユーザインタフェースを実装したいと思う。

[ソース]

<https://github.com/zon95/5x5sudoku>

[参考文献]

- ・KATAMINOを解くプログラムを作成する
<https://yucatio.hatenablog.com/entry/2019/07/22/211559>
- ・Pythonによる数独の自動生成プログラムの制作
第4回 中高生情報学研究コンテスト #52