

精度の高い順位決定方法を探そう

東京都立小石川中等教育学校 5年 松本凜太郎

研究動機・目的

トーナメント形式の大会では、多くの場合1位~3位までが決定されほかの選手はx回戦進出といった結果が与えられる。これを見た私は、トーナメントで1~3位以外の順位も決定できるのか、仮にできたとしてその順位は正確なのかという点に疑問を持った。そこで、大会の参加者全員の順位を少ない対戦回数で高精度に決定できるアルゴリズム(順位決定方法)を探すことを目標に研究を始めた。

研究方法

人1,2,...,NのN人の選手がいてこの順に実力が高いとする。下に記した順位決定方法を用いて各選手の順位を重複なく決定したとき、転倒率を「選手の中から2人を選んだとき、実力の高いほうの順位が低くなっている(すなわち、実力と順位が逆転している)確率」と定義する。

コンピュータを用いてシミュレーションを10万回行い、転倒率の平均値が低い=精度が高い順位決定方法を探した。

なお、順位決定方法には次の制約を設けた。Nは2のべきで

- ・ $\log_2 N$ 回戦まで行うことができる。各回戦では選手をN/2個の2人組に分けて対戦させる。2人組を作る際にそれまでの対戦結果を用いてもよい。
- ・ 当然ながら、人1,2,...,Nの順に実力が高いことを用いてはいけない。

精度評価した6つの順位決定方法

方法1-1は一般的に用いられているトーナメントを4位以下にも順位決定できるように拡張したものである。方法1-1では順位と必要な勝利数が逆転することがあるので、それを改善するため方法1-2を考案した。

方法2-1は、一般的に用いられているスイスドロ形式である。方法2-2,3,4は組み合わせ方法を変えることによって精度を高めることができると考えて考案した。

方法1-1 トーナメント(既存のものを拡張)

1回戦では選手がN/2個の2人組をつくって対戦する。このとき勝者が全体の上位半分、敗者が下位半分となる。2回戦では上位半分の中で対戦してその中で上位半分・下位半分を決定し、これを下位半分の中でも同様に決定する。このようにして $\log_2 N$ 回戦行くと重複なく全員の順位が確定する。

方法1-2 変形トーナメント(考案)

方法1-1において最終的な順位決定で勝利数を優先して考慮する。具体的には、勝利数が多い順に良い順位であるとし、勝利数が同じ人の中では初めのほうに勝っている順に良い順位であるとする。

方法2-1 スイスドロ(既存)

各回戦ではそれまでの勝利数が同じ人が(ランダムに組み合わせられて)対戦する。 $\log_2 N$ 回戦終了後、勝利数が高い順に、勝利数が同じ人同士では対戦相手の勝利数の合計が多い順に良い順位であるとする。

方法2-2 変形スイスドロ-A(考案)

・各回戦では、それまでの勝利数が同じ人が、その中で対戦相手の勝利数が高い順に組み合わせられて対戦する。最終的な順位決定は方法2-1と同じ。

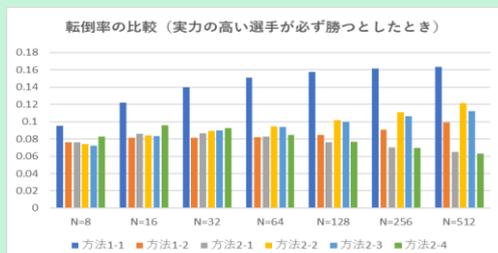
方法2-3 変形スイスドロ-B(考案)

・方法1-1と同じ方法で参加者を対戦させる。最終的な順位決定は方法2-1と同じ。

方法2-4 変形スイスドロ-C(考案)

・各回戦ではそれまでの勝利数が同じ人が対戦する。このとき、勝利数が同じ人の中ではそれまでの対戦相手の勝利数の合計が高い人と低い人を組み合わせる。最終的な順位決定方法は方法2-1と同じ。

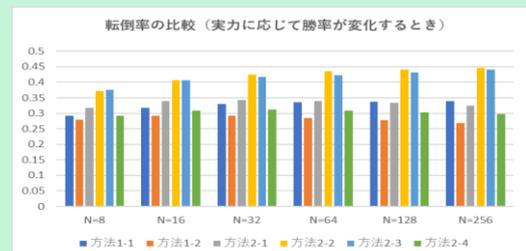
研究1 実力の高い選手が必ず勝つとした場合
参加人数Nが8人,16人,32人,64人,128人,256人,512人のときの各順位決定方法での転倒率の平均値を求めた。



方法1-1はどのNでも精度が非常に低かった。
方法1-2は $N \leq 64$ では精度が高いが、 $N \geq 128$ では低い。
方法2-1は参加人数によらず精度が高い。
方法2-2,2-3は $N=8,16$ のときに精度が高い。
方法2-4は $N \geq 128$ のときに精度が高い。

研究2 2選手の実力差に応じて勝率が変化するとき

人iが人jと対戦するときの勝率を $(1/2) * [1 + (j-i)/(N-1)]$ とした。実力が高い相手には勝ちにくく、低い相手には勝ちやすくなっている。



研究1と違って、参加人数によって精度が大きく異なるような順位決定方法はない。

方法1-2が最も精度が高く、次いで方法2-4>2-1>1-1>2-2,2-3の順に精度が高かった。

研究1では最も精度が低かった方法1-1は、研究2ではそこまで低くなっていない。また、研究1では参加人数にかかわらず精度が高かった方法2-1は、研究2では方法1-2,2-4よりも精度が低くなった。

まとめ

研究1よりも研究2のほうが現実に近い設定であると考えているため、研究2に重きを置いて以下のように結論付けた。

方法1-2が最も高い精度で順位決定できる方法である。方法2-4も高い精度で順位決定できる。方法2-1も精度の高い方法であるが、実力の高い選手が低い選手に負けてしまうことが比較的多いような状況下では方法1-2,2-4に精度が劣る。

今後の展望

Nが2のべき乗でない場合なども考察して、よりよい順位決定方法を見つけていきたい。