

電子市場構築技術の理論：オークション理論

Theory for constructing electronic commerce: Auction theory

横尾 真十
Makoto Yokoo

松原 繁夫†
Shigeo Matsubara

1. まえがき

近年インターネットオークションの市場規模が一兆円を越えるなど、その利用が拡大する一方で、詐欺行為の問題がしばしば報道されるなど、効率性と安全性を両立できる電子市場の構築が強く求められている。この課題に対して、人工知能やエージェント技術の分野でも盛んに研究が行われており、計算機科学と経済学の境界領域において多くの知見の蓄積が進められている。

オークションはこれまで、経済学、より細かく分類すれば、ゲーム理論の枠内で議論されてきた。しかし、インターネットオークションに見られるように、参加者数や取引される財（商品）の数が増大するにつれ、計算量の爆発が生じたり、あるいは、ネットワーク環境での匿名性を利用した新たな詐欺行為の出現したりするなど、様々な課題が明らかになってきている。一方で、多くのオークションサイトで自動入札エージェントが提供されているように、エージェントによる様々な支援が考えられる。これらの課題に対し、人工知能やエージェント技術による問題解決に期待が高まっている。

以下、本稿では、2章で、近年注目を集めている組合せオークションを紹介し、3章で、組合せオークションでの勝者決定問題について説明する。4章では、オークションメカニズムを設計するためのメカニズムデザインについて説明し、5章をむすびとする。

2. 組合せオークション

組合せオークションとは、複数の財（商品）が同時に販売されるオークションである。米国連邦通信委員会（FCC）による周波数帯域オークションに端を発し、近年多くの注目を集めている¹⁾。組合せオークションを考える上で重要な点は財の価値の間に存在する依存関係である。例えば、パソコンとメモリなど、個別に所有するよりも、まとめて所有するとその価値が高まる場合を補完的と呼ぶ。一方、A社とB社が同機能のパソコンを販売している場合、両方所有する必要はなく、どちらか一方を持てばよい。このような場合を代替的と呼ぶ。

組合せオークションの利点は財の価値に依存関係がある場合に現れる。財の価値に依存関係がある場合には、個々の財の価値を単独で決めることはできない。例えば、パソコン本体がなければ、メモリだけ所有することは無価値である。また、A社のパソコンを買ってしまえば、B社のパソコンは不要となるであろう。このような場合、財が個別に売られていると、買手は入札額を決めるのが困難である。ここで、組合せオークションが行われれば、財の任意の組合せに対して入札が許されるため、買手は安心して入札ができることになる。

組合せオークションの適用対象としては、先に挙げた周波数帯域のオークションの他に、空港での離発着権の割当て、トラック業者間での配送の請負、調達などが考えられる。調達とは、一人の買手に対して複数の売手が存在する状況であり、過去には一円入札のような問題が話題となった。例えば、コピー機本体を安く納品しておき、その後の消耗品やメンテナンス費等で利益を得ることを目論んで、一回目の入札において、採算を度外視した入札が行われるという問題である。この場合、結局買手にとって高い支払いが必要となる恐れがある。ここで、組合せオークションを行うことにすれば、一円入札の問題を解消できる。

3. 勝者決定問題

勝者決定問題とは、組合せオークションにおいて勝者を決定する問題である。財 1,2,3 があり、入札者 A が財 1,2 の組合せに\$40、入札者 B が財 2,3 の組合せに\$50、入札者 C が財 3 に\$30、入札者 D が財 1,3 の組合せに\$60、入札者 E が財 1 に\$10 の入札をした場合を考える。なお、ここでは議論を簡単にするため、一人の入札者は財の組合せ一つにのみ入札すると仮定する。問題は、入札額の和を最大化する財の割当てを発見することである。上記の例では、入札者 A と C が勝者となる場合に合計が\$40+\$30=\$70 と最大になる。

勝者決定問題の難しさは、入札者数を n とすると、勝者の可能な組合せの数が 2^n と指数的に増加する点にある。これは Weighted Set Packing 問題の一種であり、NP 完全と呼ばれる問題クラスに属する。NP 完全な問題に対しては、まだ多項式時間で解く方法は発見されておらず、最悪の場合、計算時間が n に関して指数的になるという性質がある。つまり、直接的に解を求める方法は一般には存在せず、試行錯誤的な探索が不可欠となる。本稿の読者には、鼠算の恐ろしさをあえて言う必要はないであろうが、例えば、1秒に一億回のチェックができる計算機を用いるとしても、 $n=80$ の場合には計算には4億年を要する。

この問題に対して、人工知能研究者は様々な方法を提案してきている。基本となる扱いは、図1に示すように木の各節点が入札（入札者）に対応する探索木を作成して、解を探索するというものである。

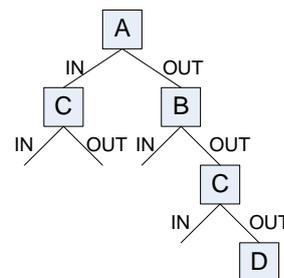


図1 勝者決定問題における探索木

†九州大学大学院 システム情報科学研究院

‡京都大学大学院 情報学研究科 社会情報学専攻

各入札者を勝者とする (IN) か、しない (OUT) かで、木を分岐させる。大規模な問題では探索木のすべてを検査することは不可能であり、探索木の枝刈りが必要となる。枝刈りを行っても最適解を得ることを保証するには、ある節点で今後どのくらいの品質の解が得られるかに関して、楽観的な推定値が得られればよい。これは分岐限定法として知られている。楽観的な推定値を求めるには、線形計画法を用いればよい。線形計画法による求解は高速であるが、ある一つの財を入札者 A と入札者 B で半分ずつに分けるといった半端な解が得られるため、その解をそのまま割当てとするわけにいかない。しかし、それは元の問題の制約を緩めた、より簡単な問題を解いていることになるため、楽観的な推定値となっている。

高速化の工夫点としては、どの入札から考えるかということが挙げられる。例えば、影響の大きいもの、入札額の大きいものを優先する、あるいは、残りの問題が独立な副問題に分離できる入札を優先するなどが挙げられる。後者は、例えば、東京と大阪での周波数帯域の割当てオークションで、両方の組合せに入札しているのが一社のみである状況で、その入札を優先して考える、といった方法である。また、IN/OUT のどちらを先にするかという点も考慮点となる。良い解が早い段階で得られるほど分岐限定法は高速となるため、線形計画法で得られた解を参照して優先順序を決める方法などが考えられる。

勝者決定問題に対する現時点での到達点としては、様々な工夫 (ヒューリスティクス) を導入した専用アルゴリズム CABOB²⁾ で、財の数 10,000、入札数 1,000 ぐらいの問題が数秒で解ける。また、商用の整数計画法 (線形計画法 + 整数条件) のパッケージ (例えば、ILOG 社の CPLEX) でもかなり高速に解くことが可能となっている。

4. メカニズムデザイン

4.1 メカニズムを設計するとは？

公共事業の入札などに見られる通常の入札方式 (第一価格秘密入札と呼ばれる) では、最も高い入札をした入札者が勝者となり、自己の入札額を支払う。例えば、ある商品に対して、入札者 A、B、C がいて、それぞれ、\$8,000、\$7,000、\$6,000 を入札したとする。この場合、入札者 A が勝者となり、\$8,000 を支払うことになる。ここで、入札者 A は他者の入札値を事前に察知できれば利益を得ることができる。すなわち、入札者 A は事前に入札者 B、C の入札値が \$7,000、\$6,000 であると知っていれば、入札者 A は \$7,001 を入札することで、その支払額を減らすことができる。

ここで、メカニズムに少し変更を加えてみよう。最高額の入札者が落札する点は変わらないが、支払額を二番目に高い入札値とする。先の例においては、入札者 A が勝者となることは変わらないが、その支払額は \$8,000 ではなく、\$7,000 となる。この入札方法は第二価格秘密入札、あるいは、ノーベル経済学賞受賞者でもある William Vickrey の名に因んで、Vickrey オークションと呼ばれる。

第二価格秘密入札では、自分の支払う意思のあるぎりぎりの金額を入札するのが各人にとって最適という性質が成立する。つまり、正直が最良の策となる。より厳密に表せば、自分の戦略 (いくらを入札するか) を s_i 、他者の戦略の組合せを s_{-i} 、自分の支払う意思のあるぎりぎりの金額

を v_i 、自分の効用 (うれしさ、利益) を $u_i(s_i, s_{-i})$ 、 v_i を入札する戦略を s_i^* としたとき、 $s_i = s_i^*, u_i(s_i^*, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i})$ が成立する。このような戦略を支配戦略と呼ぶ。この方式では、他者の入札値を事前にも知っても利益にならない。つまり、自分の評価値が \$8,000 の場合、他者の入札値の最高額が \$8,000 未満であれば、他者の入札値によって支払額が決まるため、支払額を操作できない。また、他者の入札額が \$8,000 以上の場合には、何を入札しても利益を得ることは不可能である。

このように、メカニズムに少し変更を加えることで、メカニズムが持つ性質は大きく変化することがわかる。それでは、三番目に高い入札額を支払額とする第三価格秘密入札はどのような性質を持つであろうか？このメカニズムにおいて、正直が最良の策となるかどうかについては、各自確認されたい。

4.2 メカニズムデザインの基礎

4.1 節では、第一価格秘密入札と第二価格秘密入札の性質を議論した。本節では、オークションのより一般的な議論に必要な基礎的事項を説明する。まず、財の価値の分類について述べる。財の価値は、個人価値、共通価値、相関価値に分類される。

個人価値: 財の価値は人によって異なり、その人の価値観によってのみ決定される。例えば、自分で使う骨董品などがこれに当たる。

共通価値: 財の価値はすべての人で共通である。全員がこの共通価値を知っていれば、オークションを行う必要はないが、真値が不明で、買手が異なる推定値を持つ場合には、オークションが必要となる。例えば、鉱山の探掘権やオリンピックの放映権などがこれに当たる。

相関価値: 個人価値と共通価値の間の場合である。

つぎに、効用 (うれしさ) を定義する。オークション理論では、議論を簡単にするために、しばしば準線形効用の仮定が置かれる。準線形効用とは、財を落札したときの効用が、財の価値と支払額の差で与えられる場合を指す。例えば、10,000 円の財を 8,000 円で落札できれば、効用は $10,000 - 8,000 = 2,000$ となる。また、財が落札できなかった場合の効用は 0 である。

オークションメカニズムに望まれる性質としては、以下の三点が挙げられる。(1) 入札者にとって支配戦略 (最適な戦略) があること、(2) メカニズムが不正行為に対して頑健であること、(3) 割当て結果がパレート効率的であること、三点である。

パレート効率性とは、いずれかの参加者の効用を犠牲にすることなしには、他の参加者の効用を向上させることができない状態を指す。効用が準線形の場合、パレート効率的な状態では、社会的余剰は最大化される。社会的余剰とは参加者全員の効用の和である。例えば、\$8,000 の評価値を持つ買手が \$7,000 で落札した場合、買手の効用は $\$8,000 - \$7,000 = \$1,000$ 、売手の効用は \$7,000 となり、社会的余剰は $\$1,000 + \$7,000 = \$8,000$ となる。オークションにおいて、パレート効率的な割当てが実現されることは、最も高い評価値を持つ買手に財が割り当てられることに対応する。

財の価値や効用の定義を与えた元で、望ましい性質を満たすメカニズムを設計することになる。オークションメカニズムを設計するとは、ゲームのルールを決めることである。基本となる考え方は、個々の参加者の具体的な行動を

直接制御できないということである。つまり、オークションの主催者が買手に正直に行動せよ、不正行為をするなど命じても、それを強制することはできない。そこで、直接制御する代わりに、ルール自体を設計することで、望ましい性質の実現を目指す。つまり、ルールを設計し、そのルールの元で各参加者にとって支配戦略が存在するとする。このとき、個々の参加者が効用を最大化するように行動すると仮定すれば、結果を予測できる。その結果が主催者にとって望ましい性質を満たしているようにメカニズムを探索するということである。

4.3 単一財のオークションメカニズム

本節では、単一財のオークションメカニズムとして、代表的な4つのメカニズムである、英国型、第一価格秘密入札、オランダ型、第二価格秘密入札（Vickrey オークション）を紹介する。各々、オークションのルールと支配戦略によってメカニズムが特徴付けられる。

英国型は、インターネットオークションなどでよく用いられているもので、入札者は自分の付け値を好きなだけ増やすことができる。誰も値の変更を望まなくなった時点で、最高値の入札者が落札する。支配戦略は、個人価値の場合、自分の付け値が最高値で無い場合、現時点での最高値から少額だけ競り上げ続け、自分の評価値に達したら降りる、となる。支配戦略均衡では、最も高い評価値を持つ入札者が二番目に高い評価値+少額で落札する。また、結果はパレート効率的となる。

第一価格秘密入札は、先に公共事業の入札などで用いられる通常の入札として紹介したもので、各入札者は他者の付け値を知らされずに入札し、最も高い付け値をつけた入札者がその付け値で落札する。この方式では、支配戦略は一般には存在しない。

オランダ型は、主催者が非常に高い付け値からスタートして、ある入札者がストップと言うまで付け値を下げていき、ストップと言った入札者がその時点での付け値で落札する。この方式でも、支配戦略は一般には存在しない。このオランダ型は、オランダの花卉市場、オントリオのたばこオークションなどで使われている。また、バーゲンセールなども、時間が経つにつれて値段が下っていくため、オランダ型オークションとみなせる。

第二価格秘密入札（Vickrey オークション）については先に説明したが、再度説明しておく。各入札者は他者の付け値を知らされずに入札し、最も高い付け値をつけた入札者が二番目に高い付け値で落札する。支配戦略は、個人価値の場合、自己の評価値を入札することである。結果はパレート効率的となり、得られる結果は英国型と同じになる。

メカニズムの性質として、オランダ型と第一価格秘密入札は同じ結果を与える。また、英国型と第二価格秘密入札も同じ結果を与える。また、収入同値定理が知られており、いくつかの仮定の元で、売手の収入の期待値は4つのメカニズムで同じになる³⁾。第二価格秘密入札は第一価格秘密入札に比べて、収入が減ると考える読者がいるかもしれない。しかし、第一価格秘密入札では、入札者は自己の評価値そのまま入札すれば、勝者となっても効用が0となるため、少し低めの入札をするのである。そのため、収入の期待値は同じになる。

第二価格秘密入札は理論的に優れた性質を持つにもかかわらず、これまであまり使われてこなかった。その理由は、

メカニズム自体がわかりにくく、そもそも自己の評価値がよくわからない場合があり、売手が信用できない場合、二番目に高い入札が捏造される可能性があり、また、評価値=原価を知られたくないなどが挙げられる。ただし、計算機が人に代替して取引を行う世界では、幅広い利用が期待される。実際、検索連動型広告オークション Google AdWords では、第二価格秘密入札に類似した方式が用いられている。

共通価値の場合は、個人価値の場合と異なり、英国型と第二価格秘密入札は異なる結果を与える。これは、英国型の方が、他者の評価値に関してより多くの情報を得られるからである。つまり、得られた情報を使って自分の推定値を修正していくことが可能である。一方、オランダ型と第一価格秘密入札は、共通価値の場合でも同じ結果を与える。

また、共通価値の場合におけるオークションでよく知られた話題として、勝者の災いがある。共通価値の場合、各入札者は財の真の価値を知らず、各々異なる推定値を持っている。つまり、真値より高い推定をすることもあれば、低い推定をすることもある。よって、特別に良い情報を持っていない限り、勝者=最も大きく間違えた人となる。つまり、自分の推定値近くまで付け値を上げると、期待利得が負になってしまうのである。

具体例として、真値を v として、二人の入札者が各々 $1/2$ の確率で推定値 $v \pm 100$ を持つとする。ここで、第一価格秘密入札が用いられ、また、入札者は自己の推定値は平均的には正しいのだから、推定値から40だけ減らした値を入札すれば期待利得が40になるといった甘い予想をしたと考えよう。入札額が同じ場合はコイン投げで勝者が決まるとする。相手も同じ戦略を取っている場合、可能な入札の組は $v-60, v-140$ の組合せで4通りある。自分が確実に勝つ場合は、自分の入札値が $v-60$ 、相手が $v-140$ の1通りで、このとき、確率 $1/4$ で利益-60を得る。同点の場合は2通りで、自分も相手も入札額が $v+60$ の場合、確率 $1/8$ で利益-60を得る。一方、自分も相手も入札額 $v-140$ の場合、確率 $1/8$ で利益140を得る。よって、期待利得は $-60/4 - 60/8 + 140/8 = -40/8 = -5$ と計算される。つまり、甘い予想をしても結局は損をしてしまうのである。

4.4 一般化 Vickrey オークション

本節では、単一財オークションにおける第二価格秘密入札（Vickrey オークション）を組合せオークションの場合に拡張した、一般化 Vickrey オークションについて説明する。一般化 Vickrey オークションでは、各参加者は財の任意の組合せに関して評価値を申告できる。申告された評価値に基づいて、社会的余剰が最大化されるように財が割り当てられる。

支払額の計算はやや複雑であるが、勝者は迷惑料に相当する額を支払うよう決定される。迷惑料とは、その参加者が入札に参加することによって生じる、他の参加者の社会的余剰の減少分として計算される。このことを第二価格秘密入札で確認しよう。最高の評価値を持つ入札者 A がオークションに参加しなければ、二番目に高い評価値を持つ入札者 B が勝者となる。しかし、入札者 A が参加することで、この入札者 B が得たであろう効用が失われることになる。この減少分は、二番目に高い評価値と同じであるため、勝者である入札者 A は二番目に高い評価値と同じ額を支払う。

一般化 Vickrey オークションでも、誘因両立性とパレート効率性が成り立つ。

一般化 Vickrey オークションの計算例を示す。コーヒーとケーキの2種類の財のオークションを考える。3人の入札者 A,B,C があり、その評価値は表 1 に示される。入札者 A はコーヒーのみに興味があり、両方手に入るとしても、コーヒー分の価値しか持たない。入札者 B はコーヒーとケーキ、いずれか単品のみには興味を示さない。入札者 C はケーキにのみ興味がある。

表 1 3人の入札者による評価値の例

	コーヒー	ケーキ	両方
入札者 A	\$6	\$0	\$6
入札者 B	\$0	\$0	\$8
入札者 C	\$0	\$5	\$5

割当ては入札値の総和が最大になるよう決定されるため、入札者 A がコーヒーを、入札者 C がケーキを落札する。入札者 A の支払額は、自分がオークションに参加しない場合の社会的余剰\$8（その場合、入札者 B が両方を落札）、また、最終割当てにおける他者の効用が\$5（入札者 C が\$5の効用を得る）より、 $\$8 - \$5 = \$3$ と計算される。同様に、入札者 C の支払額は $\$8 - \$6 = \$2$ と計算される。

4.5 架空名義入札

本節では、ネットワーク環境における新たな詐欺行為として考えられる架空名義入札⁴⁾について説明する。現在、多数のオークションサイトが存在する。インターネットオークションの利点は、誰でも世界中のオークションに参加でき、また、エージェントが入札を代行してくれる点が挙げられる。一方、問題点として、ネットワークの匿名性を利用した新しいタイプの不正行為の可能性が考えられる。

架空名義入札とは、一人の人が複数の人に成りすまして、複数の名義で入札することである。ネットワーク環境ではこれを検出することは事実上不可能である。公共事業の入札などにおいて、談合がよく問題にされる。談合は入札者間での事前の合意形成が必要であるのに対し、架空名義入札は単独で行える点に特徴がある。

架空名義入札の影響がある具体例を述べる。先の例と同じく、コーヒーとケーキが販売されているが、今回は、入札者は A,B の二人とする。評価値を表 2 に示す。

表 2 2人の入札者による評価値の例

	コーヒー	ケーキ	両方
入札者 A	\$6	\$5	\$11
入札者 B	\$0	\$0	\$8

このとき、入札者が正直に申告すると、入札者 A が両方の財を獲得し、支払額は $\$8 - \$0 = \$8$ となる。さて、入札者 A が入札者 C の名義を使って入札を分割する場合を考えよう。この場合、表 1 と同じ状況になり、入札者 A が入札者 A の名義でコーヒーを、入札者 C の名義でケーキを獲得し、支払額は $\$3 + \$2 = \$5$ となる。つまり、架空名義を使えば、支払額を\$8 から\$5 に減らすことができる。

架空名義入札に関するこれまでの主な研究成果は、(1)一般化 Vickrey オークションが架空名義入札に対して頑健でないことの指摘し、(2)架空名義入札が可能の場合、誘因両立性とパレート効率性を同時に満たすメカニズムが存在しないことを証明した点である⁴⁾。

誘因両立性とパレート効率性を同時に満たすメカニズムが一般には存在しないため、つぎの課題は、誘因両立性を

満たしつつ、できるだけ効率的な割当てを実現するメカニズムの開発である。誘因両立性を満たすトリビアルな方法は、常にすべての財をセットで販売し、第二価格秘密入札を用いる方法である。この方法は、誘因両立性を満たすものの、財が代替的である場合、大きな無駄を生じる。

誘因両立性を満たすための財の分割に関する必要条件は、財 1 と財 2 が個別に売られる場合の支払額の和が、セット販売される場合の最大の評価値以上となることと言える。この条件が成立すれば、名義を分割しても、入札者は追加的な利益を得ることができない。ただし、ジレンマが存在して、入札者からの申告値を用いずに、この条件を確認しねばならない。このジレンマを解消するために留保価格を導入したレベル付き分割セットメカニズムが提案されている⁵⁾。

5. むすび

本稿では、電子市場構築、特にオークション市場構築において理論的基盤となるオークション理論について解説した。本稿の他にも、入門的な文献として、文献 5)6)が挙げられる。文献 7)は教科書的なものであり、文献 8)はより専門的な内容となっている。より詳細を知りたい読者は各文献を参照されたい。

参考文献

- 1) de Vries, S. and Vohra, R. V. "Combinatorial Auctions: A Survey," *INFORMS Journal on Computing*, Vol. 15 (2003).
- 2) Sandholm, T., Suri, S., Gilpin, A., and Levine D. "CABOB: A fast optimal algorithm for combinatorial auctions," *Proc. of the 17th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-2001)*, pp. 1102-1108 (2001).
- 3) Vickrey, W. "Counter speculation, auctions, and competitive sealed tenders," *Journal of Finance*, 16(1):8-37 (1961).
- 4) Yokoo, M., Sakurai, Y., and Matsubara, S. "The Effect of False-name Bids in Combinatorial Auctions: New Fraud in Internet Auctions," *Games and Economic Behavior*, Volume 46, Issue 1, pp. 174-188 (2004).
- 5) 横尾 真, インターネットオークションの理論と応用, 人工知能学会誌, Vol.15, No.3 (2000).
- 6) 横尾 真, 岩崎敦, インターネットオークションとメカニズムデザイン, 情報処理, Vol.48, No.3, pp.236-242 (2007).
- 5) Yokoo, M., Sakurai, Y., and Matsubara, M. "Robust Combinatorial Auction Protocol against False-name Bids," *Artificial Intelligence Journal* (2001).
- 7) 横尾 真, オークション理論の基礎, 東京電機大学出版会 (2006).
- 8) Krishna, V. *Auction Theory*, Academic Press (2002).