

確率的蒸留プロセスに基づく高忠実度物理 EPR 生成の レイテンシ評価

荒木 大誠^{1,a)} 張 宇晨¹ 添田 彬仁^{2,3} Ilkwon Byun¹ 谷本 輝夫^{1,b)}

概要：量子ネットワークを介した分散型 FTQC の実現には、スケーラブルかつ堅牢なノード間通信アーキテクチャの確立が不可欠である。従来の設計では、量子プログラムの静的コンパイルを容易にするため、EPR ペア生成の遅延を固定値（決定論的）と見なす手法が一般的であった。しかし、この仮定は生成および蒸留プロセスが本質的に持つ確率的性質を十分に考慮できていない。特に、高忠実度 EPR ペアの獲得には蒸留の反復が不可欠であり、その成功確率のばらつきがレイテンシに支配的な影響を与える。そこで本研究では、将来的な論理 EPR ペアの定量的評価に向けた基盤のステップとして、まずは物理 EPR ペア蒸留の確率的挙動に着目し、動的制御の指針策定に向けた定量的評価を行った。シミュレーションにより、目標忠実度の達成に必要な物理 EPR ペア数および達成時間の分布を導出した。その結果、蒸留過程に起因する物理 EPR ペアのレイテンシ分布を可視化し、その確率的性質を明示的に扱うことの重要性を示した。

1. はじめに

量子コンピュータが古典コンピュータの能力を上回るためには、多数の量子ビットの実現が不可欠であり、近年ではそのスケーラビリティ向上が喫緊の課題となっている。しかし、単一の量子プロセッサにおいては、冷却能力や配線密度といった物理的制約により、量子ビット数の増加には限界がある [1]。

この制約を克服するアプローチとして、複数の量子ノードをネットワークで接続する分散型量子コンピュータ (DQC) の研究が加速している。DQC は、分散された量子リソースを連携させることでスケーラビリティを確保し、大規模な分散型フォールトトレラント量子計算（分散型 FTQC）を実現するために不可欠なプラットフォームである。

また、こうした量子通信の発展は、量子鍵配送 (QKD) やクラウド量子計算といった多様な量子アプリケーションの実現にも寄与する [2][3]。これら全ての基盤となるのが、ノード間で共有される高品質なエンタングルメント状態 (EPR ペア) である。特に、計算の信頼性を担保する分散型 FTQC の構築には、EPR ペアの品質（忠実度）を向上さ

せる必要があり、高忠実度なペアの安定的な供給が不可欠である。しかし、その EPR ペアの生成およびその忠実度向上に用いられるエンタングルメント蒸留は本質的に確率的なプロセスである。従来の設計では、静的コンパイルを容易にするため、EPR ペア生成遅延を固定値（決定論的）と仮定する手法が一般的であったが、これは蒸留の本質的な確率性を反映していない。特に、高忠実度 EPR ペアの生成には蒸留の反復が必要であり、その成功確率のばらつきがシステム全体のレイテンシに大きな影響を与える可能性がある。そこで本研究では、この確率的挙動に着目し、物理 EPR ペア蒸留におけるレイテンシ特性の分析を行う。具体的には、代表的な 3 種類の蒸留プロトコル (BBPSSW[5]、DEJMPS[6]、P1-or-P2[7]) を対象とし、モンテカルロシミュレーションを通じて目標忠実度の達成に要する物理リソース量と時間の確率分布を導出した。解析の結果、いずれの手法においても、期待値から大幅に乖離するレイテンシ分布、すなわち Long-tail 特性を確認した。本知見は、決定論的モデルに基づく従来設計の限界を指摘し、その確率的性質を明示的に扱うことの重要性を示している。

2. 技術背景と研究目的

本章では、次章以降の議論の前提として、蒸留過程における確率性の技術的背景を詳述し、それらを踏まえた本研究の目的を整理する。

¹ 九州大学
Kyushu University, Nishi, Fukuoka 819-0395, Japan
² 国立情報学研究所
National Institute of Informatics, Tokyo 101-8430, Japan
³ 総合研究大学院大学
SOKENDAI, Tokyo 101-8430, Japan
^{a)} taisei.araki@cpc.ait.kyushu-u.ac.jp
^{b)} tteruo@kyudai.jp

2.1 エンタングルメント蒸留のメカニズムと性質

量子通信路を通じて供給される物理 EPR ペアは、通信路のノイズや光子消失の影響を受け、その忠実度 (Fidelity) が低下している。前述した分散型 FTQC の実装には、極めて高い忠実度を持つ EPR ペアが要求されるため、供給された生の物理ペアをそのまま計算に用いることは困難である。

この忠実度低下を克服し、複数の低忠実度ペアから高忠実度なペアを抽出する手法がエンタングルメント蒸留 (Entanglement Distillation) である。代表的なプロトコルでは、2 つの低忠実度ペアに対して局所的な量子操作と測定を行い、測定結果が一致した場合にのみ、より高忠実度な 1 つのペアを得る。このプロセスは以下の特性を持つ。

- **確率的成功**：測定結果に依存するため、蒸留は本質的に確率的 (成功確率 $P < 1.0$) である。
- **階層的構造**：目標とする忠実度が高い場合、蒸留を複数段階繰り返す必要があり、消費される物理 EPR ペア数は指数関数的に増加する。
- **リソースの損失**：蒸留に失敗した場合、投入した EPR ペアはすべて消失し、最初から再生成を行う必要がある。

このように、蒸留はスループットと忠実度のトレードオフを内包した確率的过程であり、ネットワーク全体のレイテンシを決定付ける支配的な要因となる。

2.2 Long-tail 特性によるシステムへの影響

蒸留プロセスの失敗と再試行がシステムに与える影響は、単なる期待値的なレイテンシの増加に留まらない。確率的な変動が蓄積される結果、遅延の分布は期待値だけではその挙動を記述できず、極端に長い遅延が無視できない確率で発生する「Long-tail 特性」を示す。従来の固定値モデルに基づく静的スケジューリングでは、この低頻度だが致命的な遅延を考慮できない。その結果、実行時のリソース競合や、待機時間の予期せぬ増大を招き、理論上の性能と実機における実行性能の間に大きな乖離が生じるという課題がある。

2.3 物理レベルの定量評価の必要性和本研究の目的

前述した Long-tail 特性をシステム設計に反映するためには、遅延分布を単なる平均値としてではなく、確率分布として定量的に把握し、可視化することが不可欠である。将来的に分散型 FTQC を実現する際には、論理量子ビット間で共有される「論理 EPR ペア」の生成および蒸留が必須となるが、これら上位レイヤにおける論理的な挙動は、その基盤となる物理 EPR ペアの供給能力によって大きく依存する。

したがって、本研究では物理 EPR ペア蒸留における確率的な性質が、システムパフォーマンスに与える影響を定量的に明らかにすることを目的とする。具体的には、代

表的な蒸留プロトコルである BBPSSW、DEJMPS、および P1-or-P2 を対象とし、目標とする忠実度の達成までに要する物理リソース量とレイテンシの確率分布を、モンテカルロシミュレーションにより導出する。これにより、蒸留過程に内在する Long-tail 特性を可視化し、確率的性質を考慮した動的スケジューリングの必要性を示す。

3. エンタングルメント蒸留プロトコル

本章では、量子リピータネットワークにおけるエンタングルメント蒸留の数学的基盤と、本研究で評価対象とする各プロトコルの理論的背景、および長距離接続の原理であるエンタングルメントスワッピングについて述べる。

3.1 忠実度とエラー成分の管理モデル

本研究のシミュレーションにおいて、EPR ペアの状態遷移および蒸留による忠実度変化を追跡するための数学的基盤について述べる。本記述は文献 [4] の手法を基礎として定義する。まず、EPR ペアの状態はベル基底 $\{|\phi_+\rangle, |\psi_+\rangle, |\psi_-\rangle, |\phi_-\rangle\}$ における対角成分 $\{F, A, B, C\}$ (ベル対角状態) によって完全に記述されるものと仮定する。ここで、 F は「忠実度」であり、量子ビット対が理想的な最大エンタングルメント状態 $|\phi_+\rangle$ にある確率を表す。残る 3 つの成分はエラー成分に対応し、 A がビット反転エラー (X)、 C が位相反転エラー (Z)、 B がそれらが同時に発生したエラー (Y) の存在確率を意味する。蒸留の目的は、反復的な操作を通じて忠実度 F を 1 に近づけ、エラー成分 $\{A, B, C\}$ を 0 に収束させることにある。

2 つの入力ペアがそれぞれ状態 ρ および ρ' にあり、その対角成分を $\{F, A, B, C\}$ および $\{F', A', B', C'\}$ とする。例として、BBPSSW プロトコルを適用し、測定結果が一致して制御ペアが保持された場合、出力されるペアの新たな対角成分 $\{\tilde{F}, \tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}\}$ は次式で与えられる。ここで、分母の P は規格化定数であり、同時に 1 回の蒸留試行における成功確率を意味する。

$$\begin{aligned}\tilde{F} &= \frac{FF' + CC'}{P}, & \tilde{C} &= \frac{FC' + CF'}{P}, \\ \tilde{A} &= \frac{AA' + BB'}{P}, & \tilde{B} &= \frac{AB' + BA'}{P}, \\ P &= (F + C)(F' + C') + (A + B)(A' + B')\end{aligned}\quad (1)$$

特に、2 つの入力ペアが同一の状態 ($\rho = \rho'$) である場合、以下のように定義できる：

$$\begin{aligned}\tilde{F} &= \frac{F^2 + C^2}{P}, & \tilde{C} &= \frac{2FC}{P}, \\ \tilde{A} &= \frac{A^2 + B^2}{P}, & \tilde{B} &= \frac{2AB}{P}, \\ P &= (F + C)^2 + (A + B)^2\end{aligned}\quad (2)$$

本シミュレーションでは、これらの更新則を各ラウンド

の蒸留試行に適用し、目標忠実度に到達するまでのリソース量と時間を動的に追跡する。

3.2 蒸留プロトコル

本研究では、蒸留プロセスに内在する確率的な挙動と、それに起因する Long-tail 特性の定量的評価を目的として、基本的な物理 EPR ペアの蒸留プロトコルに着目する。本研究では、実装の単純性および普及度を考慮しつつ、エラー抑制特性の異なる代表的な以下の 3 種類のプロトコルを比較対象とする。

具体的には、Werner 状態への平均化を前提とする BBPSSW、次に回転操作（基底変換）を用いて X エラーと Z エラーの役割を入れ替えることで双方を抑制する DEJMPS、そして状態に応じて動的にサブルーチンを選択する P1-or-P2 を採用する。これらを選択することで、エラー抑制のアルゴリズムがレイテンシの分布形状に与える影響を多角的に解析する。

3.2.1 BBPSSW[5]

2 組の低忠実度 EPR ペアを用い、 Z 基底での測定結果のパリティに基づいてビット反転エラー（ X エラー）を検出する手法である。測定結果が一致した場合にのみ、より高い忠実度を持つ 1 組の EPR ペアを抽出する。プロトコルの適用前に Twirling 操作を加えることで、任意の量子エラーを平均化し、状態を単一のパラメータで記述可能な Werner 状態へと変換することを前提とする。

3.2.2 DEJMPS[6]

特定のユニタリ操作（ x 軸周りの $\pm\pi/2$ 回転）を導入することで、 X エラーと Z エラーの双方を統合的に処理するプロトコルである。元論文では一連の演算を単一の反復として扱うが、本研究では時間軸の定義に基づき、その実行プロセスを以下の 2 段階に分離してモデル化する。

- 第 1 ラウンド（ X エラー抑制）：

4 組の物理ペア（レベル 0）を 2 組ずつ蒸留し、支配的な X エラー成分を抑制する。この成否判定に 1 ラウンドを消費し、成功したペアは中間状態として保持される。

- 第 2 ラウンド（ Z エラー抑制）：

保持されたペアに対し、エラー成分 A （ X 成分）と C （ Z 成分）を入れ替える基底変換（回転操作）を施す。続いてペア同士をさらに蒸留することで、実質的に Z エラー成分を抑制する。この判定にさらに 1 ラウンドを要する。

以上のプロセスにより、最終的に判定をパスした 1 組がレベル 1 へ遷移する。本モデルにおいて DEJMPS は、1 回の試行に BBPSSW の 2 倍のリソース（4 ペア）と時間（2 ラウンド）を要する代わりに、高い忠実度向上性能を得る手法である。

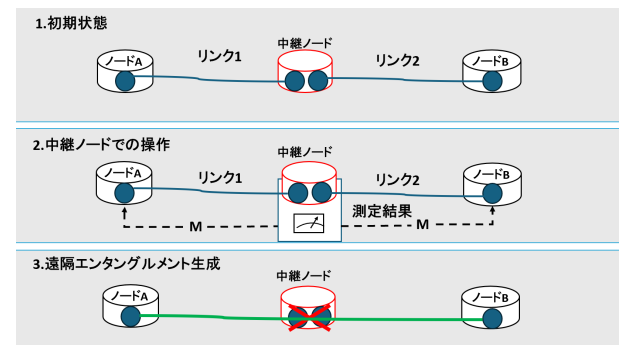


図 1: エンタングルメント・スワッピングによる遠隔接続プロセス (1) 初期状態：隣接ノード間で独立なエンタングルメント（リンク 1、リンク 2）を生成する (2) 中継ノードでベル測定（BSM）を行い、測定結果（M）を古典通信によりエンドノードへ送信することで、量子相関をエンドツーエンドに転写する (3) その結果、直接的な光子伝送を伴わずにエンドノード間で遠隔エンタングルメントが確立される

3.2.3 P1-or-P2[7]

密度行列の対角成分を逐次評価し、支配的な誤りに応じてサブルーチン P_1 （ X エラー抑制）または P_2 （ Z エラー抑制）を適応的に選択する「動的基底選択（Dynamic Basis Selection）」に基づく手法である。本シミュレーションにおいて、サブルーチンの選択判定は、入力される 2 組の EPR ペアのうちの一方の状態（特に EP[10] においては貯蔵側）のベル対角成分におけるエラー成分 A （ X エラー）および C （ Z エラー）の値を直接比較することで行われ、以下の条件に従って蒸留経路を決定する。

- $A \geq C$ の場合：サブルーチン P_1 を選択し、 Z 基底での測定により、支配的な X エラー（ビット反転エラー）を選択的に除去する。
- $C > A$ の場合：サブルーチン P_2 を選択し、蒸留の直前にローカルな回転操作を挿入することで、 Z エラー（位相反転エラー）を蒸留可能な基底へと能動的に変換して除去する。

3.3 エンタングルメントスワッピングの原理

図 1 に示すように、中継ノードにおけるベル測定（BSM）を介して隣接する基本リンクを接続し、遠隔ノード間にエンタングルメントを生成する。

本研究では完全な装置操作および測定を仮定し、接続後の忠実度の算出には、前述のベル対角成分 $\{F, A, B, C\}$ を用いる。スワッピング後に最終的なペアが理想状態 $|\phi_+\rangle$ をとるのは、入力される 2 つのペアがともにエラーのない状態であるか、あるいは同一のエラー成分を保持しており、測定を介してそれらが互いに相殺される場合である。したがって、スワッピング後の忠実度 (F_{new}) は各成分の相関項の和として $F_1 F_2 + A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2$ で与えられる。特に、入力ペアが Twirling 操作を受けた Werner 状態である

場合、接続前の各ペアの忠実度 F_1, F_2 および Werner パラメータ $W_i = (4F_i - 1)/3$ を用いて、次式のように簡略化される [8]。

$$F_{new} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}(W_1 W_2) \quad (3)$$

4. 評価手法

本章では、前章の理論を実装するためのシミュレーション・モデル、および本研究独自の評価構成について詳述する。

4.1 蒸留レベル (Level)

「レベル (Level)」は、物理 EPR ペアがこれまでに累積して成功した蒸留の回数、あるいはその階層を示す指標である。レベル 0 は通信路から供給された直後の初期状態を指し、レベルが上がるほど、より多くの物理リソースを消費した高忠実度な状態であることを意味する。本シミュレーションでは、レベルはリソースの状態管理を行うための共通の尺度として機能する。具体的には、再帰蒸留法においては「同一レベルのペア同士を結合させるためのマッチング指標」として、Entanglement Pumping (EP) においては「貯蔵側のペアが現在到達している忠実度（ポンピング回数）を示す進捗指標」として定義される。このように、レベル概念を抽象化することで、異なる蒸留モデル間での一貫したレイテンシ評価を可能にしている。

4.2 ラウンド (Round) の定義と実行プロセス

本研究において、図 2 のように、1 ラウンドは以下の 4 つのフェーズで構成される。

(1) ペアリング (Matching) :

蒸留方式に応じたルールに基づき、ペアリングを行う。再帰蒸留法ではプール内の同一レベル L のペア同士を抽出し、EP 法では「貯蔵側 (レベル L)」と「通信側 (レベル 0)」を動的にペアリングする。

(2) 蒸留試行 :

ペアリングされた個体に対し、ゲート操作や測定を実行する。

(3) 古典通信と成否判定 (Communication) :

1 回分の往復古典通信 (RTT) を行い、測定結果を照合する。

(4) 状態更新とリソース補充 :

成功したペアの状態 (レベルやベル対角成分) を更新する。BBPSSW のように 1 回の通信で完結する手法は、ここでレベルを $L+1$ へ遷移させる。対して DEJMPS では、1 ラウンド目 (X 抑制) の終了時点では中間状態 (レベル L') として保持し、次ラウンドでの Z 抑制を経て初めてレベル $L+1$ へ遷移させる。失敗したペアは破棄される。本シミュレーションでは、失敗に要

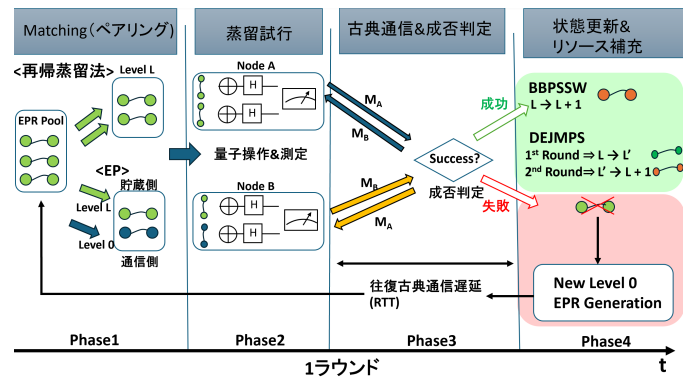


図 2: ラウンドの定義

した時間もレイテンシとして評価に含めるため、失敗時は該当するペアをレベル 0 の状態に初期化し、プロセスを最初から再試行するロジックを採用する。

4.3 連結プロトコルとリソース管理手法

本研究では、蒸留を反復適用して高次レベルへ遷移させる際のリソース管理手法として、以下の対照的な 2 方式を検討する。これらを選択した意図は、高度な並列性を前提とした「スループット優先型 (再帰蒸留法)」と、最小限の量子ビット数で動作を継続する「リソース効率重視型 (Entanglement Pumping: EP)」という、量子アーキテクチャ設計における主要なトレードオフの両極を定量的に評価するためである。

4.3.1 再帰蒸留法 [5]

各ステップで生成されたペアを次段の入力として再帰的に用いることで、エンタングルメントの忠実度を段階的に向上させる対称型の構成法である。具体的には、同一レベル L に属するペア同士を結合させ、成功した場合に上位レベル $L+1$ へと遷移させる階層的な木構造モデルを採用する [8]。なお、蒸留に失敗した場合は、リソースとなる両ペアを直ちに破棄する (レベル 0 へ初期化)。

4.3.2 Entanglement Pumping (EP)[10]

「貯蔵側」と「通信側」に役割を分離する非対称モデルである。常にレベル 0 の通信側ペアを貯蔵側に結合させ、失敗時には通信側のみを破棄する。EP におけるリソース管理において、蒸留に失敗した場合、通信側 (Level 0) のペアは直ちに破棄される。一方、貯蔵側のペアは、これまでの蒸留履歴をすべて破棄し、Level 0 のペアとして初期化されるものとした。

4.4 スワッピング実行ポリシー

本研究では、蒸留過程の確率的な成否に起因する不確実性が接続プロセスに与える影響を評価するため、実行タイミングを制御する対照的な 2 つのポリシーを比較する。なお、スワッピング完了時点の累積レイテンシは、接続対象となる各リンクのレイテンシのうち、最大のもの (ボトル

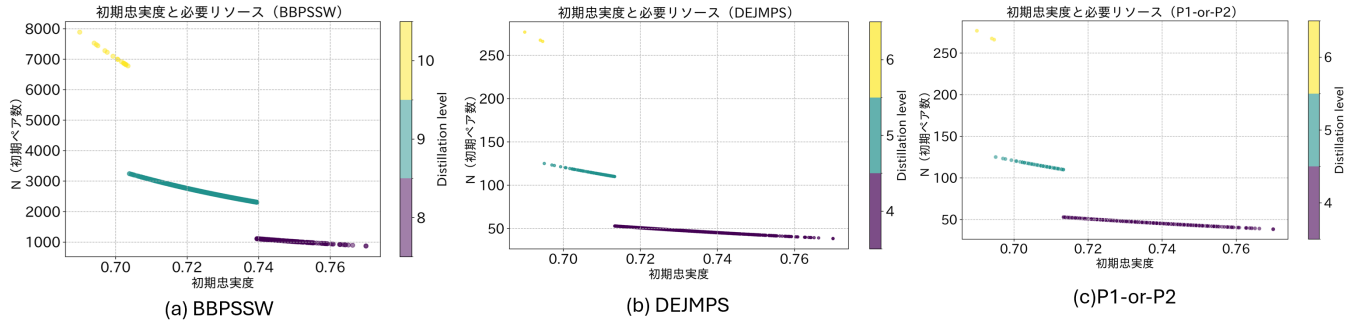


図 3: 再帰蒸留法の各プロトコルにおけるリソース推定

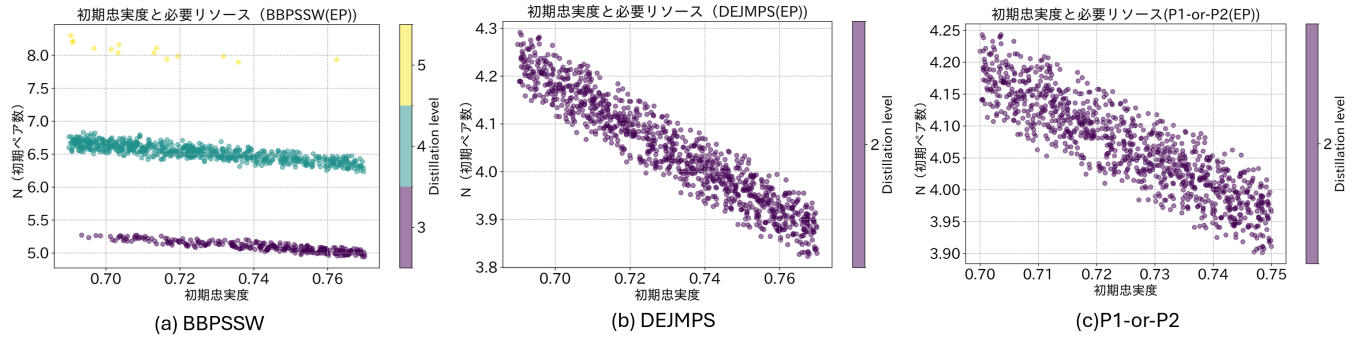


図 4: EP の各プロトコルにおけるリソース推定

ネック) に依存するものと定義する。

- 固定閾値方式：

各基本リンクの忠実度が事前に設定した閾値 F を上回った時点でスワッピングを実行する。式 (3) より、各基本リンクの忠実度が概ね 0.975 以上であれば、スワッピング後のエンドツーエンド忠実度が目標忠実度 $F = 0.95$ を充足することが確認できる。これに基づき、本方式では各リンクが $F = 0.975$ を超えた時点をもって目標達成と定義した。

- 動的評価方式：

毎ラウンドの蒸留試行ごとにスワッピングを実施し、算出された忠実度が目標値 $F = 0.95$ に達した時点をもって目標達成と定義する。特に DEJMPS のように、1 つの蒸留サイクルの完遂に複数ラウンドを要するプロトコルにおいても、各ラウンドの成否判定直後にスワッピングを行う。また、再帰蒸留プロセスにおいては、プール内に存在するリンク群の中から最も高い忠実度を持つペア同士を優先的に選択してスワッピングを行う。

4.5 実験構成とパラメータ設定

2 つの量子ノードおよび 1 つの量子リピータからなる最小構成 (距離 10m) を想定する。

4.5.1 初期状態の不確実性のモデル化

初期忠実度は、実証データに基づく平均 $\mu = 0.73$ 、標準偏差 $\sigma \approx 0.013$ のガウス分布からサンプリングし、不完全

性をモデルに導入する。一方、EP の通信側ペアについては、事前蒸留済みリソースの供給を想定し $[0.95, 0.96]$ の高水準に設定する。

4.5.2 評価指標

目標達成までに消費された物理 EPR ペアの総数 N 、および目標達成に要するレイテンシ (ラウンド数) の確率分布を測定する。

4.6 理論的リソース見積もりモデル

シミュレーションの初期プールサイズを決定するため、以下の期待コスト N の推定モデルを導入する。

- 再帰蒸留法：

式 (1) で定義した成功確率 P を第 i ラウンドの成功確率 P_i と定義すると、目標とする階層 n に到達するために必要な物理 EPR ペアの総数 (期待値) N は次式で推定される。

$$N = \prod_{i=1}^n \frac{2}{P_i} \quad (4)$$

- Entanglement Pumping (EP)：

第 i 段階までの期待コスト E_i を、以下の再帰式を用いて推定する。

$$E_i = \frac{E_{i-1} + 1}{P_i} \quad (5)$$

本研究では、上述の理論式を評価基盤とし、初期忠実度の統計的な分散を考慮したモンテカルロシミュレーションを実行した。図 3 および図 4 では、その個別の試行結果をプロット点として描画している。

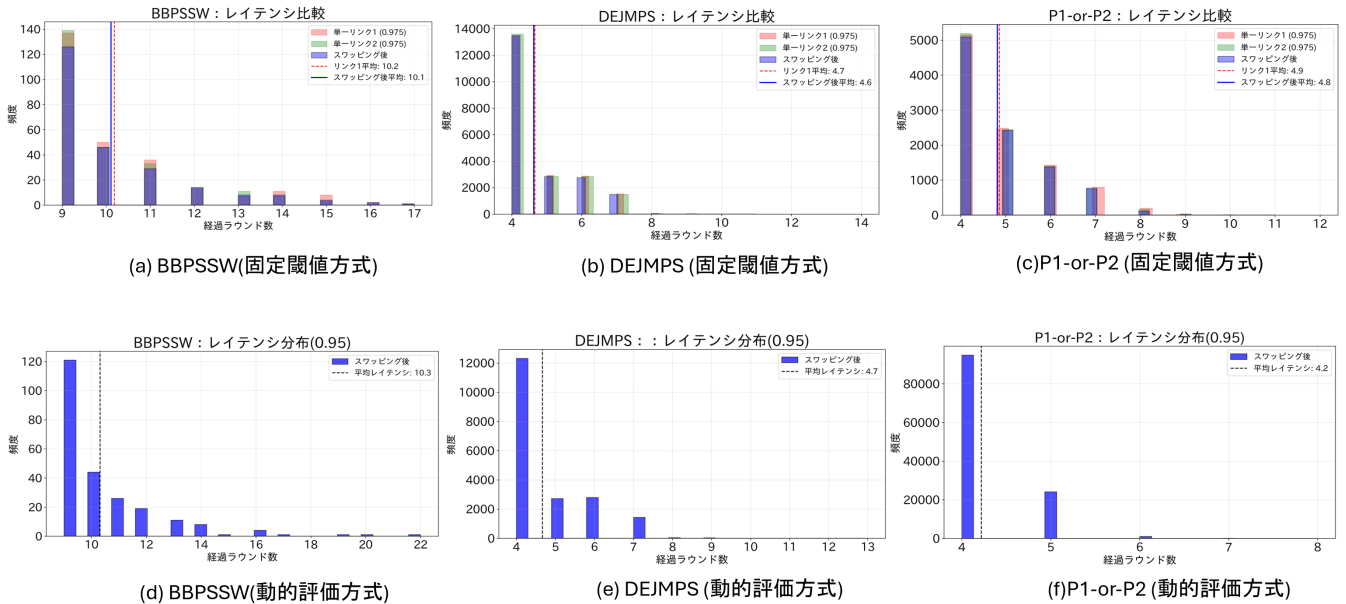


図 5: 再帰蒸留法の各プロトコルにおけるエンドツーエンド・レイテンシ分布の比較

5. 結果と考察

本章では、将来的な論理 EPR ペアの定量評価に向けた基盤の検討として、物理 EPR ペア蒸留の確率的挙動を解析した結果を示す。特に、目標忠実度達成に必要な物理リソース量および達成時間の分布に着目し、蒸留プロセスの確率的性質を明示的に扱うことの重要性を論じる。

5.1 目標忠実度達成に必要な物理リソース量の分布

本節では、単一の高忠実度ペアを生成するために消費される物理 EPR ペアの総数について、理論的推定およびシミュレーションによる評価結果を述べる。

この検証の目的は、次節以降で実施するシミュレーションにおいて、不十分なリソースによる蒸留不能の可能性を排除し、純粋に「蒸留プロトコルの確率性に起因するレイテンシ (Long-tail 特性)」を観測するための適切な初期プールサイズを特定することである。

本シミュレーションでは、各プロトコルに対して 1000 回のモンテカルロシミュレーションを行い、その統計的挙動を解析した。蒸留プロトコル間の公平な比較、およびレイテンシ分布の正確な取得を目的とし、本研究では共通の「必要リソース量」を規定した。具体的には、最悪の初期条件 ($F = 0.69$) 下で各プロトコルの全試行が目標を完遂するために要したリソース量の最小値を特定した。次いで、各プロトコル間でこれらの値を比較し、得られたワーストケースのうちの最大値を全プロトコルに共通する必要リソース量として適用した。図 3 に再帰蒸留法、図 4 に EP における各プロトコルの物理リソース量分布をそれぞれ示す。

図 3、図 4 から、以下の知見が得られる。

● BBPSSW :

X エラー (ビット反転エラー) のみを標的とする特性により、高忠実度化に伴ってリソース消費が指数関数的に増大した。再帰蒸留法における必要リソース量は約 8,000 個に達し、評価した 3 手法の中で最も効率が良い。EP においても最悪値は約 14 個となり、同様の傾向を示した。これは、Z エラー (位相反転エラー) が蓄積した際に、それらを間接的に除去するための再帰ステップが肥大化し、ワーストケースでのリソース要求量を増加させるためである。

● DEJMPS :

DEJMPS においても高忠実度化に伴ってリソース消費が指数関数的に増大したが、BBPSSW と比較して、目標忠実度 ($F = 0.975$) 達成に必要なリソース量 N が著しく小さい。BBPSSW では最大約 8,000 個の初期ペアを要するのに対し、DEJMPS は最大でも再帰蒸留法では約 300 個、EP では 5 個で目標達成可能である。このリソース量の差は、特定の回転操作を導入することで、単一の基底 (X エラー) のみならず Z エラーをも効率的に抑制できるという DEJMPS の特性に起因する。BBPSSW 等の手法では無視されがちな Z エラーの蓄積を、DEJMPS は回転操作によって成分を再分配し、各蒸留ステップで統合的に処理するため、忠実度の向上速度が極めて高い。

● P1-or-P2 :

DEJMPS と同様、高忠実度化に伴ってリソース消費が指数関数的に増大したが、BBPSSW と比較して必要リソース量 N を劇的に削減できることが確認された。再帰蒸留法において目標忠実度 ($F = 0.975$) を達成する

ために必要な初期ペア数は、再帰蒸留法で最大でも約 300 個、EP で最大でも 5 個であり、DEJMPS と同等の極めて高いリソース効率を維持している。これは、本プロトコルが DEJMPS と同等の強力な誤り抑制能力（特に Z エラーへの対処）を、動的な手法選択によって効果的に獲得するためである。

以上の結果に基づき、次節以降のシミュレーションにおける初期リソース量は、すべてのプロトコルが最悪条件下でも動作を完遂できるよう、8,000 個に設定する。

5.2 スワッピングを介したレイテンシの確率分布

本研究の主要な評価軸である、2つの基本リンクを1つの量子リピータで結合し、エンドツーエンドの目標忠実度を達成するまでのレイテンシ分布を導出した。前節の推定に基づき、初期プールサイズを 8,000 個と設定し、50 回のモンテカルロシミュレーションを行った。各試行は、初期プールサイズの 30% のスワッピング成功ペアが得られた時点、または最大経過ラウンド数が 20,000 に達した時点で終了とした。この条件は、蒸留プロセスに内在するレイテンシの確率的性質（Long-tail 特性）を定量的に評価するという本研究の主旨に鑑み、統計的に十分なサンプル数の確保と実行効率の担保を両立させるという実験的判断に基づき策定したものである。なお、最大ラウンド数の制限により、時間内に目標数に達しなかった試行については、打ち切り時点で得られたサンプルのみを統計解析の対象としている。

図 5 および図 6 のシミュレーション結果より、以下の知見が得られた。

● 蒸留プロトコル特性がレイテンシに与える影響

– 再帰蒸留法：

固定閾値方式 ($F = 0.975$) における平均レイテンシは、BBPSSW の 10.1 ラウンドに対し、DEJMPS が 4.6 ラウンド、P1-or-P2 が 4.8 ラウンドとなった。動的評価方式においても同様の傾向が見られ、BBPSSW の 10.3 ラウンドに対し、DEJMPS は 4.7 ラウンド、P1-or-P2 は 4.2 ラウンドを記録した。以上の結果から、DEJMPS や P1-or-P2 のように Z エラーと X エラーの両方を抑制可能なプロトコルは、BBPSSW と比較して 50% 以上のレイテンシ削減を達成しており、顕著な優位性を有することが確認された。

– EP：

動的評価方式では、平均レイテンシは BBPSSW が 8.3 ラウンドに対し、DEJMPS および P1-or-P2 は 3.2 ラウンドとなり、多機能プロトコルの高速性が顕著に現れた。一方、固定閾値方式 ($F = 0.975$) では、DEJMPS が 3.3 ラウンドと安定した性能を維持したのに対し、P1-or-P2 は 9.1 ラウンドを要し、BBPSSW と同水準まで性能が悪化した。

この要因は、P1-or-P2 のサブルーチン選択ロジックに起因すると考える。本来、P1-or-P2 は同一のノイズ特性を持つ 2 つの EPR ペアを前提とし、エラー確率の比較に基づき最適な蒸留経路を決定するプロトコルである。しかし、EP のような「貯蔵側」と「通信側」で状態が大きく異なる非対称な構成では、片側の情報のみに基づく判断がペア全体の最適な蒸留経路と必ずしも一致しない。この不整合が、固定閾値という厳しい条件下で蒸留効率の著しい低下を招いたと考えられる。

● スワッピング・ポリシーがレイテンシ特性に与える影響

– 再帰蒸留法：

各方式の平均レイテンシを比較した結果、P1-or-P2 では固定閾値方式の 4.8 ラウンドから動的評価方式の 3.2 ラウンドへと短縮された。一方、BBPSSW (10.1 から 10.3 ラウンド) および DEJMPS (4.6 から 4.7 ラウンド) については、両方式間で有意な差は認められず、ほぼ同等の結果となった。

– EP：

動的評価方式の採用により、全プロトコルで性能改善が見られた。特に、固定閾値方式でボトルネックが発生した P1-or-P2 においては、レイテンシが約 64% 削減 (9.1 ラウンドから 3.2 ラウンド) された。この結果は、蒸留プロトコル特性やリンクの状態に合わせて上位の制御ポリシーを最適化することの重要性を定量的に裏付けている。

● 基盤的検討としての意義：

本シミュレーションの結果、各プロトコルの経過ラウンド数 (X 軸) において、平均値を示す垂直線よりも右側に分布が薄く長く伸びる「Long-tail 特性」が共通して確認された。平均が数ラウンドであるのに対し、確率的にその十数倍の時間を要する試行が発生しており、この不確実性がシステム設計上のリスクとなることが分布の形状から視覚的に示された。これにより、手法に依存せず、蒸留プロセスの確率的性質や初期忠実度の分散に由来するレイテンシのばらつきが共通の課題であることが明確になり、従来の平均値のみに着目した決定論的な設計手法の限界を明示している。本知見は、将来的な論理 EPR ペアの定量評価において、動的ルーティングやスケジューリング手法の最適化に資する重要な分析である。

6. おわりに

本稿では、将来的な論理 EPR ペアの定量評価に向けた基盤的検討として、物理 EPR ペアの蒸留プロセスが内包する確率的挙動の解析を行った。具体的には、BBPSSW、DEJMPS、および P1-or-P2 の 3 種類のプロトコルを対象に、

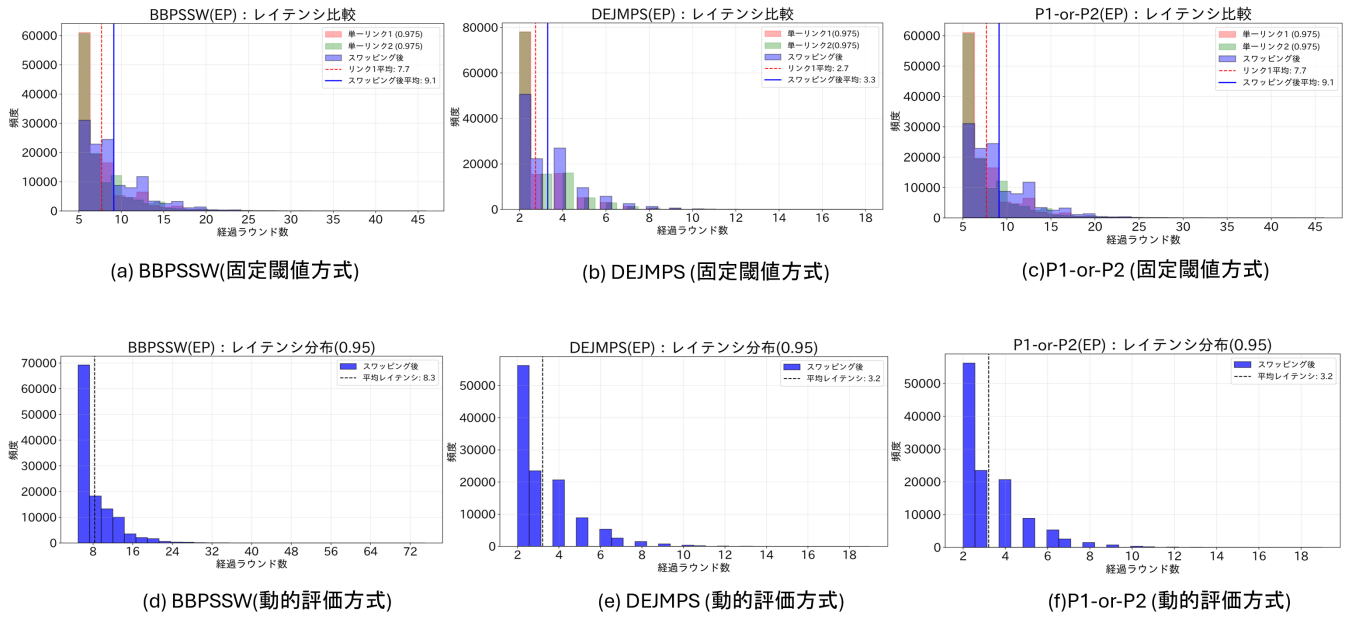


図 6: EP の各プロトコルにおけるエンドツーエンド・レイテンシ分布の比較

エンタングルメント蒸留の確率性がエンドツーエンドの性能に与える影響をシミュレーションにより評価した。

解析の結果、評価したすべてのプロトコルにおいて、レイテンシ分布に顕著な Long-tail 特性が確認された。この要因は主に以下の 3 点に集約される。

第一に、蒸留プロセスの確率的性質に起因する。本シミュレーションでは、蒸留失敗時に EPR 状態はレベル 0 へと初期化されるが、それまでの累積レイテンシはリセットされない。このため、蒸留の失敗が重なるほど、単一リンクの目標到達に要する時間が指数関数的に増大する。

第二に、リピータノードにおけるリンク間の同期制約に起因する影響である。特に固定閾値方式では、スワッピングの実行条件として両隣接リンクの目標忠実度達成が必須となる。そのため、一方のリンクで蒸留失敗に伴う再試行が生じると、他方のリンクが目標忠実度に到達済みであってもスワッピング待機状態となり、システム全体の進捗は停滞する。この待機時間中、量子リソースが保持され続けることが、ネットワーク全体のレイテンシを押し上げる直接的な要因となっている。

第三に、初期状態の不確実性が蒸留ステップ数に与える影響である。物理ペアの初期忠実度に存在する統計的変動は、目標到達までに要する試行回数の分散を拡大させる。これら「独立したリンク間の同期待ち」と「生成時間の不確実性」が複合的に作用することで、平均値から大きく乖離した遅延が無視できない確率で発生し、これが全体の支配的なボトルネックとなることを定量的に示した。

本研究で得られた知見は、決定論的な遅延モデルを前提としてきた従来の量子コンパイル手法に対し、確率の変動を考慮した動的スケジューリングの必要性を強く示唆す

るものである。今後の課題として、本研究で構築した物理レベルの評価モデルに量子誤り訂正符号を導入し、物理エラーへの耐性を備えた論理 EPR ペアの生成プロセスの解析、および分散型 FTQC の実現に向けた性能評価に取り組む予定である。

謝辞

この成果は、JST ムーンショット型研究開発事業 (JPMJMS2067、JPMJMS226C、JPMJMS256L)、JSPS 科研費 (JP22H05000、JP24K02915、JP25K03094、JP25K21175)、JST 戦略的創造研究推進事業 (JPMJCR2314)、NEDO (国立研究開発法人新エネルギー・産業技術総合開発機構) の助成事業 (JPNP20017)、および文部科学省「HPCI 整備計画調査研究」事業の支援を受けたものです。

参考文献

- [1] Main, D., Drmota, P., Nadlinger, D. P., Ainley, E. M., Agrawal, A., Nichol, B. C., Srinivas, R., Araneda, G. and Lucas, D. M.: Distributed quantum computing across an optical network link, Nature, Vol. 620, pp. 123–130 (2025).
- [2] Scarani, V., Bechmann-Pasquinucci, H., Cerf, N. J., Dušek, M., Lütkenhaus, N. and Peev, M.: The security of practical quantum key distribution, Rev. Mod. Phys., Vol.81, No.3, pp.1301–1350 (2009).
- [3] Wehner, S., Elkouss, D. and Hanson, R.: Quantum internet: A vision for the road ahead, Science, Vol.362, No.6412, eaam9288 (2018).
- [4] W. Dür, H.-J. Briegel, J. I. Cirac, and P. Zoller, “Quantum repeaters based on entanglement purification,” Phys. Rev. A **59**, 169–181 (1999).
- [5] Bennett, C. H., Brassard, G., Popescu, S., Schumacher, B., Smolin, J. A. and Wootters, W. K.: Purification of noisy entanglement and faithful teleportation via noisy channels, Phys. Rev. Lett., Vol.76, No.5, pp.722–725 (1996).

- [6] Deutsch, D., Ekert, A., Jozsa, R., Macchiavello, C., Popescu, S. and Sanpera, A.: Quantum privacy amplification and the security of quantum cryptography over noisy channels, *Phys. Rev. Lett.*, Vol.77, No.13, pp.2818–2821 (1996).
- [7] Miguel-Ramiro, J. and Dür, W.: Efficient entanglement purification protocols for d-level systems, *Phys. Rev. A*, Vol.98, 042309 (2018).
- [8] H.-J. Briegel, W. Dür, J. I. Cirac, and P. Zoller, “Quantum Repeaters: The Role of Imperfect Local Operations in Quantum Communication,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 81, pp. 5932–5935, 1998.
- [9] D. Pérez Castro, A. Fernández Vilas, M. Fernández Veiga, M. Blanco Rodríguez, and R. P. Díaz Redondo, “Simulation of Fidelity in Entanglement-Based Networks with Repeater Chains,” *Applied Sciences*, vol. 14, no. 23, 2024.
- [10] J. Zhou, C. Ma, Y. Xu, W. Cai, H. Huang, L. Sun, G. Xue, Z. Hua, H. Yu, W. Wang, C.-L. Zou, and L. Sun, “Experimental Demonstration of Entanglement Pumping with Bosonic Logical Qubits,” (2024).
- [11] N. Kalb, A. A. Reiserer, P. C. Humphreys, J. J. W. Bakermans, S. J. Kamerling, N. H. Nickerson, S. C. Benjamin, D. J. Twitchen, M. Markham, and R. Hanson, “Entanglement Distillation between Solid-State Quantum Network Nodes,” *Phys. Rev. Lett.* **119**, 180501 (2017).